

Übung Lineare Optimierung SS 2006 Blatt 6

Die Aufgaben 1 bis 3 sind "per Hand" mit dem Simplexalgorithmus (d.h. ohne Zuhilfenahme von Computerprogrammen) zu lösen. Die Rechenschritte des Simplexalgorithmus müssen ersichtlich sein (Tableaus). Überprüfen Sie die Richtigkeit der Lösung (mit dem Computer oder grafisch, bei Aufgabe 1 stichprobenartig)!

1. Diskutieren Sie die nachfolgende lineare Optimierungsaufgabe für alle $\lambda \in \mathbb{R}$!

$$\begin{aligned} 24 + (2\lambda - 5)x_1 + (14 - 6\lambda)x_2 + 6x_3 \rightarrow \min \quad \text{bei} \quad & x_1 - 2x_2 - x_3 \leq 2 \\ & 2x_1 - 5x_2 - x_3 \leq 4 \\ & x_1 - 3x_2 - x_3 \leq 1 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

Benutzen Sie den Simplexalgorithmus!

2. Bestimmen Sie mittels des zweistufigen Simplexalgorithmus die Lösung der folgenden linearen Optimierungsaufgabe!

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \max \quad \text{bei} \quad & 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 4 \\ & x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 1 \\ & x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, 4. \end{aligned}$$

3. Zu einer Großbäckerei gehören zwei Backbetriebe. Die tägliche Backleistung im Betrieb A beträgt: 6t Weißbrot, 4t Schwarzbrot und 2t Mischbrot. Die tägliche Backleistung im Betrieb B beträgt: 2t Weißbrot, 12t Schwarzbrot und 2t Mischbrot. Die Bäckerei muss wöchentlich mindestens 24t Weißbrot, 48t Schwarzbrot und 16t Mischbrot backen. Die Betriebskosten belaufen sich im Betrieb A auf 2 000 Euro pro Tag und im Betrieb B auf 3 000 Euro pro Tag. An wie viel Tagen pro Woche muss in den Betrieben A und B gearbeitet werden, damit die Betriebskosten am kleinsten sind?
4. Es bezeichne \preceq die lexikografische Ordnung im \mathbb{R}^n . Zeigen Sie, dass die Menge

$$K := \{x \in \mathbb{R}^n : 0 \preceq x\}$$

ein konvexer Kegel ist. Veranschaulichen Sie diesen Kegel im \mathbb{R}^2 und im \mathbb{R}^3 grafisch! Ist dieser Kegel abgeschlossen? Ist dieser Kegel spitz?

Hinweis:

Ein Kegel K heißt spitz, wenn gilt $-K \cap K = \{0\}$, wobei $-K := \{x \in \mathbb{R}^n \mid -x \in K\}$.

Bemerkung:

K wird Ordnungskegel zur Ordnung \preceq genannt.