Numerik 2 – Übung13 – Georg Kuschk

1.a)

$$f(x) := x^2 - 4 \quad , \quad a_0 = 1 \quad , \quad b_0 = 4$$

$$c_0 = 2.5$$
$$f(c_0) > 0$$
$$\Rightarrow a_1 = 1 \quad , \quad b_1 = 2.5$$

$$c_1 = 1.75$$
$$f(c_1) < 0$$
$$\Rightarrow a_2 = 1.75 \quad , \quad b_2 = 2.5$$

Jeder Punkt lässt sich in der Form $a_0 + \frac{n}{2^m} \cdot (b_0 - a_0)$ $\quad ,(n, m \in N)$ schreiben.

Für die exakte Lösung gilt : $2 = a_0 + \frac{1}{3} \cdot (b_0 - a_0)$

1.b)

$$a_0 = 1 \quad , \quad b_0 = 2$$
$$f_a = \cos(a_0)$$
$$f_b = \cos(b_0)$$

$$I_0(x) = f_a + \frac{f_b - f_a}{b_0 - a_0} \cdot (x - a_0) \overset{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow x = -f_a \cdot \frac{b_0 - a_0}{f_b - f_a} + a_0$$

$$f(x) \cdot f(a_0) > 0$$

$\Rightarrow b_1 = x \quad , \quad a_1 = a_0$ somit $a_1 = x \quad , \quad b_1 = b_0$

3.)

$$\frac{F(x + h \cdot e_i) - F(x)}{h} \approx F_i(x) \qquad ,\left(x \in R^n \quad , \quad F \in R^n \to R^m\right)$$

3.a)

$$\frac{F(x + h \cdot e_i + h \cdot e_j) - F(x)}{h} \approx F_i(x) + F_j(x)$$

$$\frac{1}{n}\left(F(x) + he_i + he_j - F(x)\right)$$
$$= \frac{1}{2}\left(F(x) + h \cdot F'(x) \cdot (e_i + e_j) + O(h^2) - F(x)\right)$$

$$= F'(x) \cdot (e_i + e_j) + O(h^2) \approx F_i(x) + F_j(x)$$

3.b)