Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg
Fachbereich Mathematik und Informatik
Lehrstuhl für Technische Informatik
Prof. Dr. P. Molitor, S. Wefel

Telefon: ☎ 03 45 / 5 52 47 25
E-Mail: wefel@informatik.uni-halle.de

Halle, 08. Januar 2004

Rechnerarchitektur und Rechnerorganisation (WS 2003/04)

Übungsserie 10

Aufgabe 10.1. (10 Punkte)

Unter der Schwellenfunktion mit Schwelle k versteht man die total definierte Boolesche Funktion $sk : \{0,1\}^n \to \{0,1\}$ in n Variablen, definiert durch

$$sk(x_1, ..., x_n) = 1 \Longleftrightarrow x_1 + \ldots + x_n \geq k$$

die also genau dann 1 liefert, wenn wenigstens k der Eingänge 1 sind.

a) Geben Sie die Menge aller Primimplikanten von sk an!

b) Geben Sie ein Minimalpolynom für $n = 8$ und $k = 2$ an! Verwenden Sie hierfür nicht das Verfahren von Quine&McCluskey.

c) Ist dieses Minimalpolynom eindeutig!

Aufgabe 10.2. (10 Punkte)

Eine Boolesche Funktion $f : B^n \to B$ heißt **monoton steigend**, falls für alle $a, b \in B^n$ aus $a \leq b$ immer $f(a) \leq f(b)$ folgt. (Hierbei ist $(B^n, \leq)$ eine partielle Ordnung mit $a = (a_1, \ldots, a_n) \leq (b_1, \ldots, b_n) = b$ genau dann, wenn $a_i \leq b_i$ für alle $i \in \{1, \ldots, n\}$ gilt (d.h. a komponentenweise kleiner gleich b ist), wobei $a, b \in B^n$ und $a_i, b_i \in B$.)

Beweisen Sie folgende Aussagen:

a) Jeder Primimplikant einer monoton steigenden Booleschen Funktion enthält nur positive Literale. (Ein Literal $X_i \in \{x_i, \bar{x_i}\}$ ist ein positives (bzw. negatives) Literal falls $X_i = x_i$ (bzw. $X_i = \bar{x_i}$).)

b) Ein Minimalpolynom einer monoton steigenden Booleschen Funktion f enthält alle Primimplikanten von f und ist somit eindeutig bestimmt.