

4.1 a) Binärdarstellung

$$\log_2 4096 = 12$$

⇒ Es werden 13 Stellen zur Binärdarstellung benötigt.
(da inklusive der Null 4097 Zahlen dargestellt werden müssen)

$$\log_2 2047 \approx 11.999$$

⇒ Es werden 12 Stellen zur Binärdarstellung benötigt.

$$\log_2 131578387 \approx 26.97$$

⇒ Es werden 27 Stellen zur Binärdarstellung benötigt.

$$\log_2 56238383874 \approx 35.71$$

⇒ Es werden 36 Stellen zur Binärdarstellung benötigt.

$$\log_2 8753784734747 \approx 42.99$$

⇒ Es werden 43 Stellen zur Binärdarstellung benötigt.

4.1 b) Binärdarstellung - Verfahren

Die Dezimalzahl sei als n gegeben.

Umwandlung einer Dezimalzahl in eine Binärzahl mittels des Horner-Schemas :

1. setze $i = 0$
2. setze $x_i = n \bmod 2$ (Modulo-Division)
3. setze $n = n \operatorname{div} 2$ (Ganzzahl-Division)
4. Falls $n > 0$, setze $i = i + 1$ und fahre mit Schritt 2 fort

Das Ergebnis ist $x = x_i x_{i-1} \dots x_1 x_0$ und hat den Wert $\sum_{j=0}^i (2^j \cdot x_j)$, ($= n$).

4.2) MIPS

#Aufgabe 4.2)
#Georg Kuschk

#ACHTUNG : Da laut Forum davon ausgegangen werden soll, dass der Eingabewert,
falls er denn kleiner gleich 10 Stellen besitzt,
mit maximal 32Bit darstellbar ist, wird nicht noch extra ueberprueft
ob der Eingabewert zwischen 4294967296 und 9999999999 liegt

Ebenso werden eventuell fuehrende Nullen nicht entfernt, sonder als
Dezimalstelle mitgezahlt

```
.data  
str_txt1: .asciiz "Bitte vorzeichenlose, maximal 10stellige Dezimalzahl eingeben : "  
str_txt2: .asciiz "\nFehler! - Eingabe ist keine vorzeichenlose, maximal 10stellige Dezimalzahl!"  
str_txt3: .asciiz "\nDezimalzahl akzeptiert"
```

```
str_input: .space 64
```

.text

```
main:
    li    $v0,04          #print_string "Bitte vorzeichenlose, maximal 10stellige Dezimalzahl eingeben : "
    la    $a0,str_txt1
    syscall

    ##### Dezimalzahl einlesen #####
    li    $v0,08          #read_string - EingabeString in str_input einlesen
    la    $a0,str_input   #Adresse des EingabeStrings laden
    li    $a1,64          #maximale Laenge des EingabeStrings
    syscall               #schliesslich die Funktion (read_string) aufrufen

    ##### Prüfen, ob die Eingabe eine gueltige, vorzeichenlose Dezimalzahl ist #####
input_evaluation:
    li    $s0,0           #s0 zaehlt die Anzahl der Ziffern
    lb    $t1,str_input($s0) #Zeichen des eingegebenen Strings einzeln in $t1 laden und auswerten

    beq   $t1,10,input_end #Ende des Eingabestrings erreicht?
    blt  $t1,'0',input_error #wenn nicht : ist das Zeichen eine Ziffer ('0'-'9')?
    bgt  $t1,'9',input_error

    add  $s0,$s0,1        #Zeichen ist eine Ziffer -> Anzahl der Ziffern inkrementieren
                                #und den Integer-Wert der Ziffer auf den Stack schreiben

    addi $sp,-1           #Stackpointer dekrementieren
    sub  $t1,$t1,'0'      #das gelesene Zeichen in entsprechende Ziffer umrechnen
    sb   $t1,1($sp)       #und die Ziffer auf den Stack schreiben

    j    input_evaluation #da das Ende des Eingabestrings noch nicht erreicht ist,
                                #das naechste Zeichen auswerten

input_end:
    beq   $s0,$zero,input_error #hat die Zahl 0 Stellen ? -> dann Fehler
    bgt   $s0,10,input_error    #hat die Zahl > 10 Stellen ? -> dann Fehler

    li    $v0,04          #ansonsten print_string "\nDezimalzahl akzeptiert"
    la    $a0,str_txt3
    syscall

    ##### EingabeString wurde jetzt akzeptiert -> Binaerzahl berechnen
    ##### zur Erinnerung : Anzahl der Ziffern der Dezimalzahl steht in $s0 und muss an dieser Stelle >0 sein
    ##### und die Ziffern stehen in umgekehrter Reihenfolge auf dem Stack

    li    $t0,0           #das Gesamtergebnis wird zunaechst in $t0 zwischengespeichert
    li    $t1,1           #in $t1 stehen die gerade benoetigten 10er-Potenzen
dec2bin_loop:
    li    $t2,0           #$t2 fuer Aufnahme eines Bytes vorbereiten
    lb    $t2,1($sp)      #Ziffer vom Stack holen
    addi  $sp,1           #Stackpointer aktualisieren

    mul   $t2,$t2,$t1     #Ziffern-Wertigkeit entsprechend der Dezimal-Stelle berechnen
    add  $t0,$t0,$t2      #und zum Gesamtergebnis hinzuaddieren

    mul   $t1,$t1,10      #naechste 10er-Potenz berechnen
    sub  $s0,$s0,1        #Anzahl der noch abzuarbeitenden Stellen dekrementieren
    bgt  $s0,$zero,dec2bin_loop #und wenn diese >0 ist, mit dem Verfahren fortfahren

    j    work_finished    #wenn alle Ziffern abgearbeitet wurden, fertig

##### Hier ist das Sprungziel des Programms fuer eine ungueltige Eingabe
input_error:
    li    $v0,04          #print_string "\nFehler! - Eingabe ist keine vorzeichenlose, maximal 10stellige Dezimalzahl!"
    la    $a0,str_txt2
    syscall

    ##### Die bisher auf den Stack geschriebenen Ziffern wieder entfernen
    add  $sp,$sp,$s0      #Stackpointer wieder um die Anzahl der auf den Stack geschriebenen
                                #Bytes erhoehen

work_finished:
    add  $v0,$t0,0        #Das Ergebnis wie gefordert in $v0 schreiben
                                #(wurde in $t0 zwischengespeichert, da ueber $v0 alle Funktionsaufrufe erfolgen)

#Da das Ergebnis in $v0 gespeichert werden soll, kann das Programm nicht mit
#    li    $v0,10        #exit
#    syscall
#beendet werden.
```

4.2) ALU - Steuerleitungen

4.2 a)

Bei 16 verschiedenen Funktionen werden 4 Steuerleitungen zur Auswahl benötigt ($2^4 = 16$).

4.2 b) & c)

Die gesuchte Schaltung ist ein Decoder.

Die 4 Steuerleitungen sind mit s_1, s_2, s_3, s_4 bezeichnet.

Ist die Enable-Leitung für eine Funktion gesetzt, so wird diese ausgeführt und liefert am Ausgang das Ergebnis.

Ist die Enable-Leitung nicht gesetzt (=0), so wird die Funktion nicht ausgeführt und am Ausgang liegt eine 0.

Die eventuell für die Funktion benötigten Datenleitungen (Operatoren) sind stark vereinfacht dargestellt.

Die 16 Funktionen sind mit f_1, f_2, \dots, f_{16} bezeichnet.

Der Schaltung liegt das Prinzip zugrunde

$$\begin{aligned}
 \text{Output} = [& (\neg s_1 \wedge \neg s_2 \wedge \neg s_3 \wedge \neg s_4) \vee (\neg s_1 \wedge \neg s_2 \wedge \neg s_3 \wedge s_4) \vee \\
 & (\neg s_1 \wedge \neg s_2 \wedge s_3 \wedge \neg s_4) \vee (\neg s_1 \wedge \neg s_2 \wedge s_3 \wedge s_4) \vee \\
 & (\neg s_1 \wedge s_2 \wedge \neg s_3 \wedge \neg s_4) \vee (\neg s_1 \wedge s_2 \wedge \neg s_3 \wedge s_4) \vee \\
 & (\neg s_1 \wedge s_2 \wedge s_3 \wedge \neg s_4) \vee (\neg s_1 \wedge s_2 \wedge s_3 \wedge s_4) \vee \\
 & (s_1 \wedge \neg s_2 \wedge \neg s_3 \wedge \neg s_4) \vee (s_1 \wedge \neg s_2 \wedge \neg s_3 \wedge s_4) \vee \\
 & (s_1 \wedge \neg s_2 \wedge s_3 \wedge \neg s_4) \vee (s_1 \wedge \neg s_2 \wedge s_3 \wedge s_4) \vee \\
 & (s_1 \wedge s_2 \wedge \neg s_3 \wedge \neg s_4) \vee (s_1 \wedge s_2 \wedge \neg s_3 \wedge s_4) \vee \\
 & (s_1 \wedge s_2 \wedge s_3 \wedge \neg s_4) \vee (s_1 \wedge s_2 \wedge s_3 \wedge s_4)]
 \end{aligned}$$

⌋ bezeichne die Invertierung eines Signals

⌋ bezeichne die Enable-Leitungen

⊎ OR-Gatter

& AND-Gatter

Schaltskizze des Decoders

