



## Bild- und Videokompression

### 2. Übungsblatt (Erwartungswert / Arith. Codierung / Golomb/Rice)

#### Aufgabe 1 (10 Punkte)

Zeigen Sie, daß der Erwartungswert  $E[\cdot]$  ein linearer Operator ist, d.h. dass für zwei Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$

$$E[\alpha X + \beta Y] = \alpha E[X] + \beta E[Y]$$

für Konstanten  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  gilt.

#### Aufgabe 2 (10 Punkte)

In der ersten Übungsserie haben Sie für Grauwertbilder die Entropie basierend auf dem entsprechenden Markov-Modell erster Ordnung berechnet.

- Implementieren Sie einen arithmetischen Codierer, welcher die pgm-Bilder basierend auf dem Markov-Modell erster Ordnung komprimiert. Als Grundlage können Sie die Implementierung von A. Said, `FastAC` verwenden. Die Dokumentation und die Quellen finden Sie unter <http://studip.uni-halle.de>.

Versuchen Sie, sich möglichst nah an die durch das verwendete Modell gegebene untere Schranke heranzutasten.

Geben Sie durch Ihr Programm sowohl Entropie als auch Kompressionsrate (als Verhältnis, prozentual und in bit/Pixel) aus.

- Implementieren Sie den zugehörigen Decodierer. Überprüfen Sie, ob Originalbild und dekodiertes Bild übereinstimmen (z.B. durch Shell Utility `diff`)!

#### Aufgabe 3 (5 Punkte)

Sei  $f_X(x) = (1 - \rho)\rho^x$  die Dichtefunktion einer Zufallsvariable  $X$ .

Zeigen Sie, dass für den Erwartungswert  $E[X]$  gilt:

$$E[X] = \frac{\rho}{1 - \rho}$$

**Aufgabe 4 (5 Punkte)**

Wir betrachten Golomb/Rice Codes bzgl. dem Parameter  $m$ .

Wir zerlegen jede Zahl  $x \in \mathbb{N}_0$  in

$$x = mq + r$$

mit

$$q = \left\lfloor \frac{x}{m} \right\rfloor \quad \text{und} \quad r = x \bmod m$$

Geben Sie eine präfixfreie Codierung für

1.  $m = 2^1$  und
2.  $m = 2^3$

für alle  $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  an, welche Sie durch Zusammensetzen der Codierungen von  $q$  und  $r$  erhalten.

Betrachten Sie nun  $m = 5$ . Wie würden Sie hier die Codes für  $r$  vergeben? Gibt es eine bessere Variante als die übliche Binärkodierung?

**Hinweise:**

Zur elektronischen Einsendung und den Modalitäten verweisen wir auf das Portal zur Vorlesung:

<http://studip.uni-halle.de>